

Реализация в программном комплексе SCAD блочного метода Ланцоша со сдвигами применительно к сейсмическому анализу сооружений

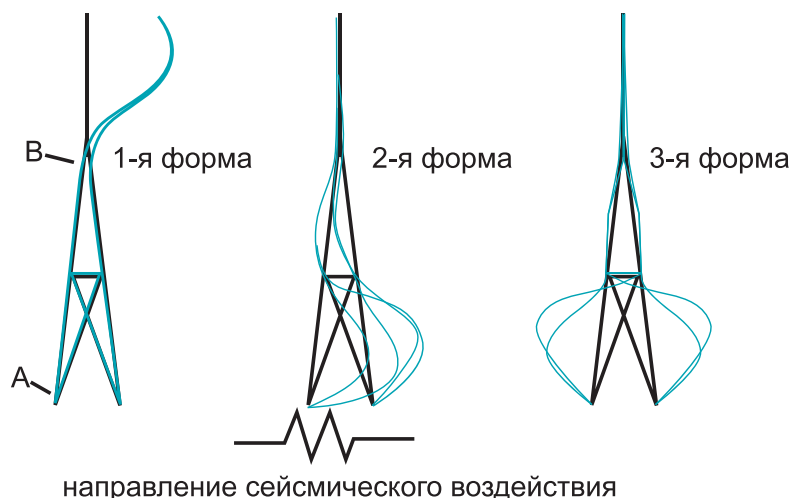
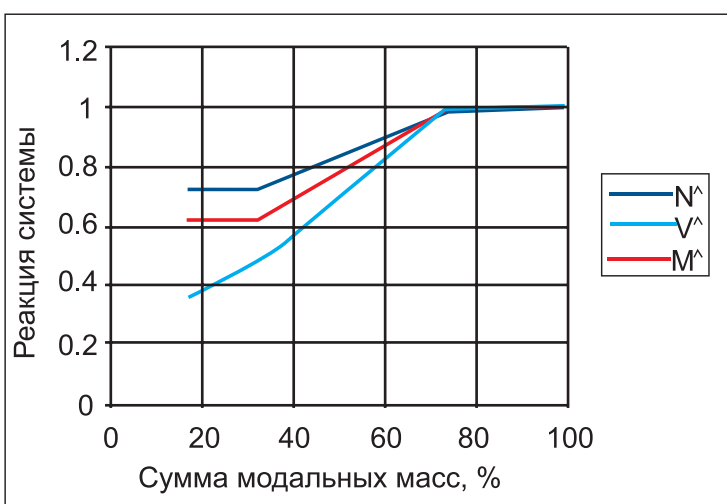


Рис. 1

Введение

При решении задач сейсмического анализа зданий и сооружений чаще всего применяется линейно-спектральный метод. Значительной по трудоемкости составляющей этого подхода является определение частот и форм собственных колебаний. При этом возникает вопрос: а сколько частот и форм собственных колебаний следует удерживать, чтобы результат был достоверным? В сейсмических нормах многих стран (Еврокод 8, UBC-97, сейсмические нормы Украины и др.) принято, что сумма модальных масс по каждому из направлений сейсмического воздействия должна быть не менее установленной границы. Обычно для горизонтальной составляющей сейсмического воздействия принимается 85-90%, для вертикальной — 70-90%. Под направлением сейсмического воздействия понимается направление, совпадающее с одной из осей глобальной системы координат OXYZ расчетной модели сооружения. Считается, что сейсмическое воздействие поочередно прикладывается вдоль каждой оси, причем принимается гипотеза об их статистической независимости [5, 8].

Модальной массой при сейсмическом воздействии в направлении dir ($dir = OX, OY, OZ$) называется величина

$$m_i^{dir} = \frac{(\Gamma_i^{dir})^2}{M_{tot}^{dir}} \times 100\% , \quad (1)$$

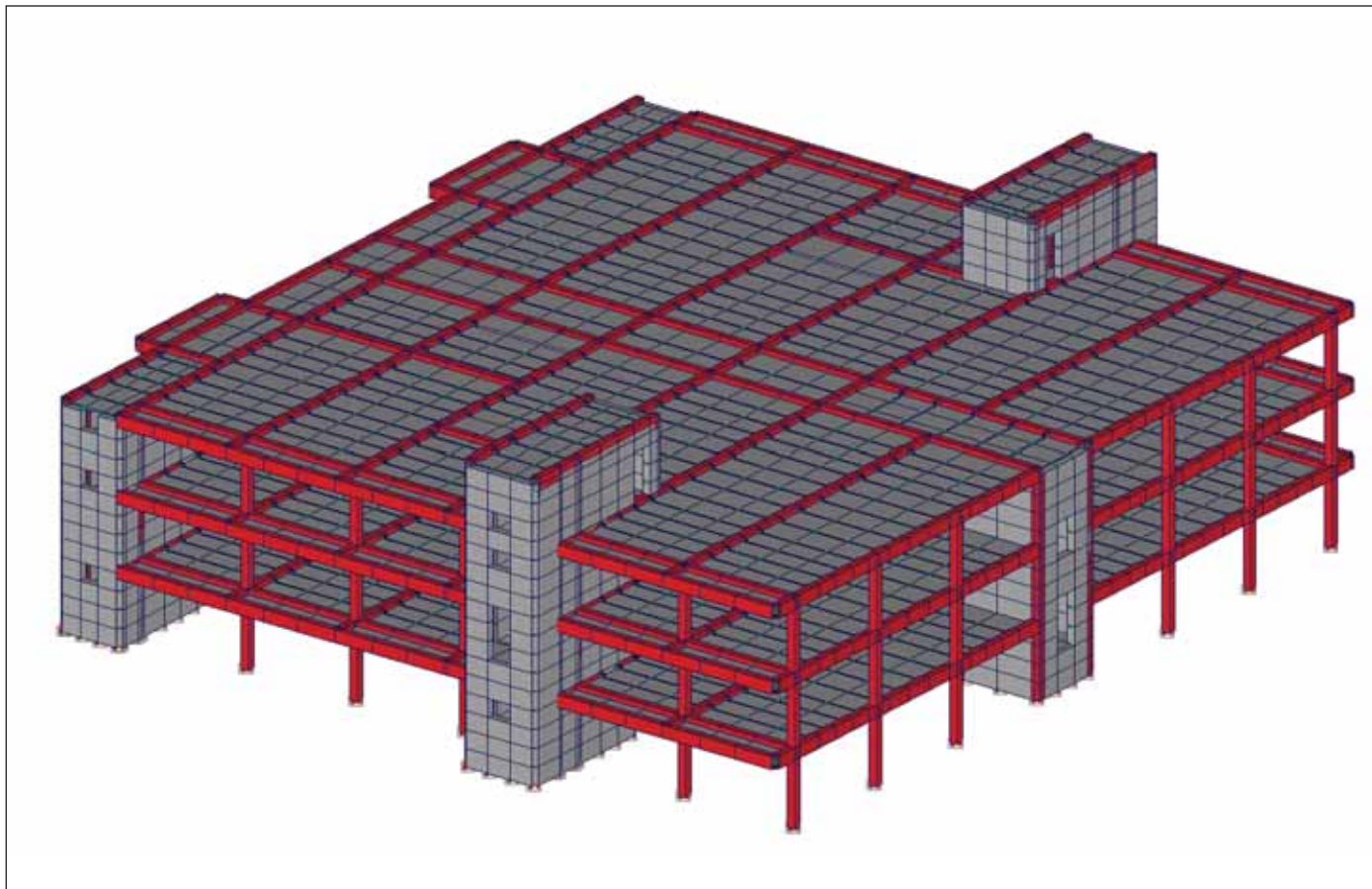


Рис. 2. Расчетная модель здания

где $\Gamma_i^{dir} = (\mathbf{M}\Psi_i, \mathbf{I}_{dir})$, \mathbf{M} — матрица масс, Ψ_i — собственный вектор (форма колебаний, отвечающая i -й частоте), \mathbf{I}_{dir} — вектор, компоненты которого равны 1, если соответствуют степени свободы сейсмического входа по направлению dir , и нулю в противном случае,

$$M_{tot}^{dir} = \sum_{i=1}^N (\Gamma_i^{dir})^2 = (\mathbf{M}\mathbf{I}_{dir}, \mathbf{I}_{dir})$$
 — общая масса, участвующая в движении по направлению dir .

Суммой модальных масс по направлению dir называется величина $\sum_{i=1}^n m_i^{dir}$, причем

$$\sum_{i=1}^N m_i^{dir} = 100\%, \quad dir = OX, OY, OZ, \quad (2)$$

где N — количество степеней свободы дискретной модели [3, 5, 8], n — количество удерживаемых собственных форм, $n \ll N$.

В [3] на примере простой задачи показана зависимость некоторых внутренних усилий от суммы модальных масс (рис. 1).

Здесь $N^{\wedge} = N_A / N_A^{100}$; $V^{\wedge} = V / V^{100}$;

$M^{\wedge} = M_{ov} / M_{ov}^{100}$, N_A — продольная сила в стержне A , V — суммарная сдвигающая сила в основании, M_{ov} — опрокидывающий момент. Символ 100 означает, что этот фактор получен при удержании в

решении всех собственных форм дискретной модели (100% модальных масс). Рис. 1 иллюстрирует тот факт, что для получения достоверной сейсмической реакции сооружения необходимо удерживать такое количество собственных форм, чтобы обеспечить высокий процент модальных масс (не менее 80%). При этом, разумеется, расчетная модель должна достаточно достоверно описывать поведение системы.

Таким образом, сумма модальных масс в сейсмическом анализе используется как индикатор достаточного количества удерживаемых форм колебаний.

При решении ряда задач было обнаружено, что суммы модальных масс сходятся крайне неравномерно и очень медленно [2]. При работе с расчетными моделями, содержащими большое количество степеней свободы (несколько сот тысяч), возникает серьезная проблема определения большого количества частот и форм собственных колебаний (порядка нескольких тысяч), представляющая собой сложную вычислительную задачу.

В этой работе представлен один из методов решения — блочный метод Ланцоша со сдвигами, реализованный автором в программном комплексе SCAD.

Блочный метод Ланцоша со сдвигами

В основу этой статьи положена работа Р. Граймса, Дж. Льюиса и Г. Саймона "A shifted block Lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblems" [7]. Алгоритм данной реализации метода приведен в [4], а ее внедрение в программный комплекс SCAD представлено в [1]. Отметим, что блочная версия алгоритма позволяет сократить медленные операции ввода-вывода по сравнению с классической (неблочной) версией. Введение сдвигов существенно улучшает сходимость, а в случае определения большого количества собственных пар разделяет длинный частотный интервал на относительно короткие подинтервалы, ограничивая тем самым размерность пространства Крылова и заменяя экспоненциальный рост количества вычислений квазилинейным. Если исходная задача на собственные значения представляется как

$$\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}\Psi = \lambda\Psi, \quad (3)$$

где \mathbf{K}, \mathbf{M} — соответственно положительно определенная разреженная матрица жесткости и полуопределенная матрица масс, $\{\lambda, \Psi\}$ — собственная пара. Вводя сдвиги $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$, разбиваем этот частотный интервал на $k+1$ подин-

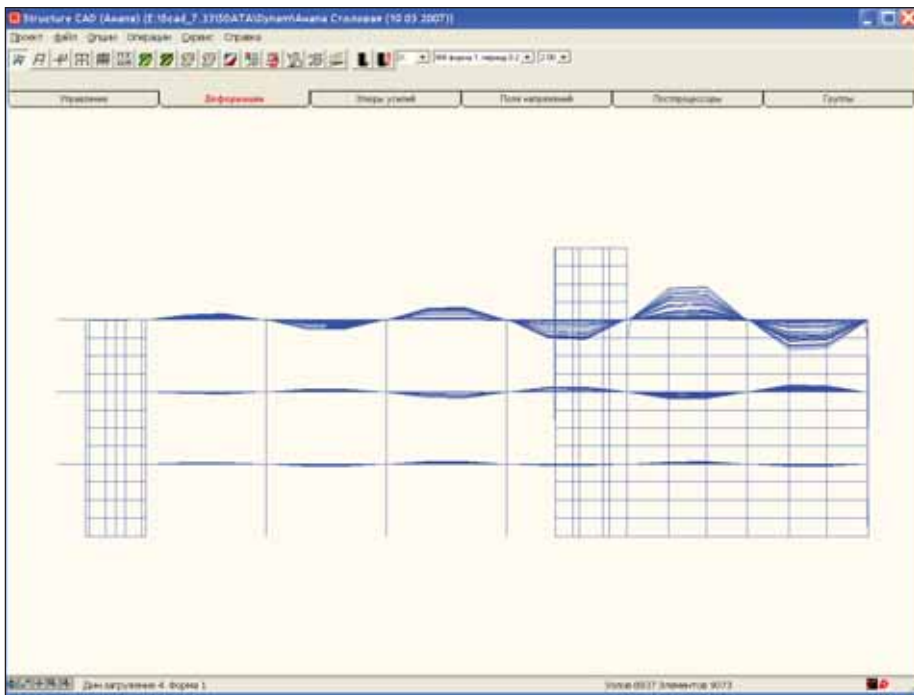


Рис. 3. Первая форма колебаний, частота 4,183 Гц

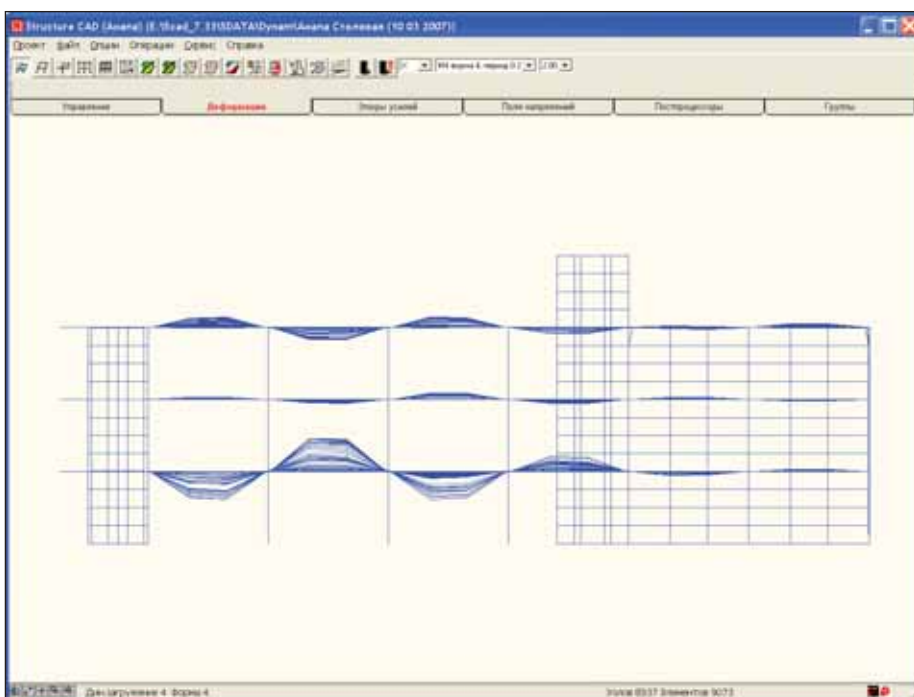


Рис. 4. Четвертая форма колебаний, частота 4,365 Гц

тервалов, на каждом из которых решаем задачу

$$\mathbf{K}_{\sigma}^{-1} \mathbf{M} \psi = \lambda_k \psi, \quad (4)$$

где $\mathbf{K}_{\sigma} = \mathbf{K} - \sigma_k \mathbf{M}$, $\lambda_k = \frac{1}{\omega^2 - \sigma_k}$.

Таким образом, на каждом частотном подинтервале решается отдельная задача (4). Алгоритм выглядит так: при отсутствии какой-либо информации о спектре собственных частот полагаем $\sigma_1 = 0$. Затем выполняем L шагов блочного метода

Ланцоша и определяем сошедшиеся собственные пары. Далее анализируется сумма модальных масс для сошедшихся собственных пар. Если хотя бы по одному из направлений сейсмического входа сумма модальных масс меньше указанной, осуществляется переход к новому частотному интервалу. Кроме сошедшихся собственных пар имеются приближения собственных частот, которые еще не сошлись. Именно они используются для прогнозирования нового значения параметра сдвига σ . Приняв сдвиг σ_2 на основе такого прогноза, продолжаем вы-

числения на новом частотном интервале до тех пор, пока не определим все собственные числа, лежащие слева от сдвига σ_2 и справа от последнего собственного числа, соответствующего сошедшейся собственной паре с предыдущего частотного интервала. Затем снова определяем суммы модальных масс. И так до тех пор, пока не будет достигнута достаточная сумма модальных масс.

Пример расчета

На рис. 2 приведена расчетная модель здания, включающая 8937 узлов, 9073 конечных элементов и 52 572 уравнения.

По количеству уравнений эта задача на сегодняшний день относится к классу средних, однако по сложности решения обобщенной проблемы собственных значений она очень трудна, так как вследствие значительной жесткости несущих конструкций в нижней части спектра расположены локальные формы колебаний (рис. 3, 4), и только форма колебаний, соответствующая 522-й частоте (рис. 5), существенно влияет на сейсмическую реакцию сооружения

($m_{522}^{OX} = 26.9\%$, тогда как $\sum_{i=1}^{521} m_i^{OX} = 2.6\%$).

Наибольший вклад дает 523-я форма колебаний, представленная на рис. 5.

Для обеспечения требуемых сумм модальных масс

$$\sum_i m_i^{OX} = \sum_i m_i^{OY} = 90\%, \quad \sum_i m_i^{OZ} = 70\%$$

пришлось определить 2398 собственных пар.

Спектр собственных частот для этой задачи очень густой — в интервале [4.183, 5.756] Гц лежит 523 собственных частоты.

Зависимость сумм модальных масс от количества удерживаемых собственных форм приведена на рис. 6.

Выводы

При расчетах зданий и сооружений на сейсмику периодически встречаются задачи, в которых в нижней части спектра лежит большое количество локальных форм колебаний, причем спектр собственных частот является очень густым. Такие задачи создают серьезные проблемы, поскольку вычислительные алгоритмы, реализованные в современных компьютерных системах МКЭ-анализа, как правило, в таких случаях оказываются малоэффективными. Разработанный в программном комплексе SCAD алгоритм блочного метода Ланцоша со сдвигами, реализующий сейсмический режим, позволяет значительно продвинуться в решении этой проблемы.

НОВОСТЬ

Пользователям SCAD Office!

В соответствии с действующим законодательством о защите авторских прав компания SCAD Soft проводит следующие мероприятия:

1. Для пользователей программных продуктов системы SCAD Office, версия 11.1, заключивших договоры на приобретение или замену вычислительного комплекса SCAD Office в период с 1 ноября 2006 года по настоящее время, осуществляется бесплатная замена гарантийного обязательства на лицензионное соглашение с продлением срока поддержки программных продуктов до 31 декабря 2008 года.
2. Для пользователей программных продуктов системы SCAD Office, версия 11.1, заключивших договоры на приобретение или замену вычислительного комплекса SCAD до 1 ноября 2006 года, замена гарантийного обязательства на лицензионное соглашение с продлением срока поддержки программных продуктов до 31 декабря 2008 года производится за дополнительную плату, эквивалентную 50 у.е. (1300 руб.). Стоимость двух- или трех-годового сопровождения составляет соответственно 80 и 110 у.е. (2100 и 2900 руб.).
3. В связи с прекращением сопровождения программных продуктов, входящих в систему SCAD Office версий 7.31 и предыдущих, проводится акция, в рамках которой действуют льготные условия перехода на версию 11.1 – со скидкой 50% от стоимости, указанной в прайс-листе. При этом выполняется замена гарантийного обязательства на лицензионное соглашение и обеспечивается поддержка программного обеспечения в течение одного года с момента заключения договора замены. Кроме того, с 1 января 2008 года действует новый прайс-лист, в который включены услуги по обновлению всех программных продуктов, входящих в систему SCAD Office, по истечении гарантийного срока обслуживания.

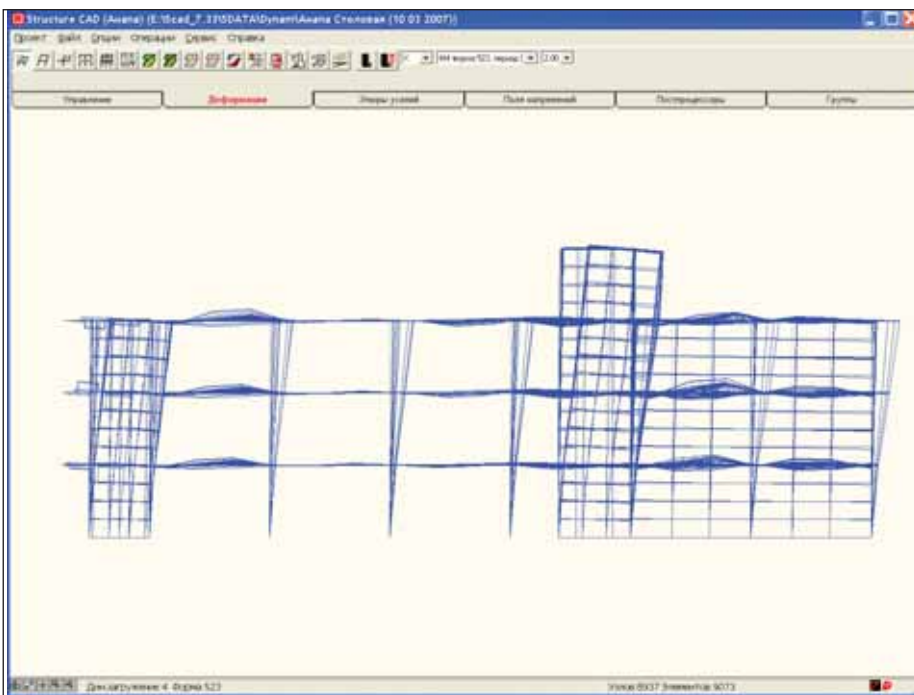


Рис. 5. 523-я форма колебаний, частота 5,756 Гц, $m_{523}^{OX} = 42\%$

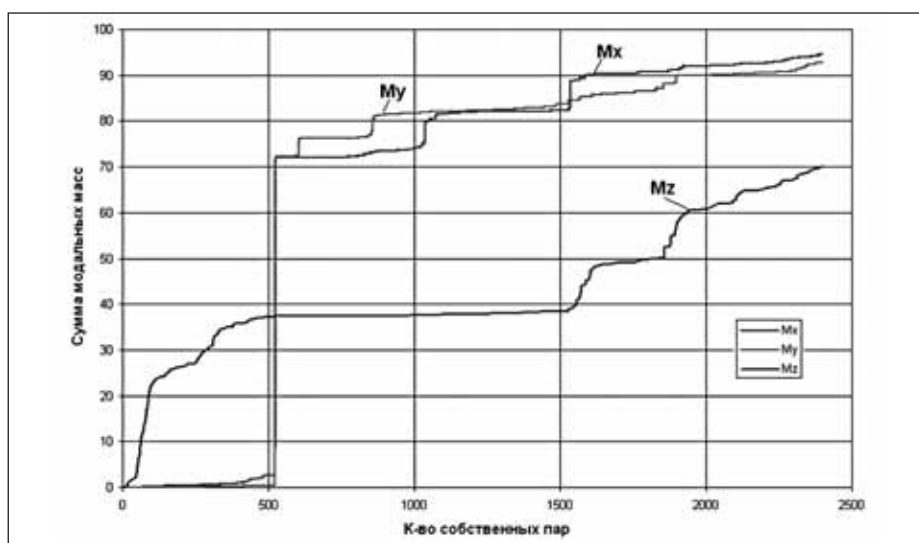


Рис. 6. Зависимость сумм модальных масс (M_x , M_y , M_z) от количества удерживаемых собственных форм

Литература

1. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Фиалко С.Ю. Блочный метод Ланцоша со спектральными трансформациями для решения больших МКЭ задач собственных колебаний. — Вісник Одеського національного морського університету. — 2003, №10, с. 93-99.
2. Перельмутер А.В., Карпиловский В.С., Фиалко С.Ю., Егупов К.В. Опыт реализации проекта МСН СНГ "Строительство в сейсмических районах" в программной системе SCAD. — Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. — 2003, випуск 9, с. 147-159.
3. Фиалко С.Ю. Некоторые особенности анализа частот и форм собственных колебаний при расчете сооружений на сейсмические воздействия. — Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. — 2002, випуск 8, с. 193-201.
4. Фиалко С.Ю. О решении обобщенной проблемы собственных значений. — В кн. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. — Издание второе. К.: Сталь, 2002, с. 570-597.
5. Clough R., Penzien J. Dynamics of structures. — New York: McGraw-Hill, Inc., 1975. — 527 p.
6. Fialko S.Yu., Kriksunov E.Z. and Karpilovsky V.S. A block Lanczos method with spectral transformations for natural vibrations and seismic analysis of large structures in SCAD software. Proceedings of the CMM-2003 —

Computer Methods in Mechanics, June 3-6, 2003. Gliwice, Poland, p. 129-130.

7. Grimes R.G., Lewis J.G., Simon H.D. A shifted block Lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblems. SIAM J. Matrix Anal. Appl. V.15, 1: pp. 1-45, 1994.
8. Wilson E.L. Three dimensional dynamic analysis of structures. California, Computers and Structures, Inc., Berkeley, USA, 1996. — 261 p.

Сергей Фиалко
д.т.н., с.н.с., проф.
Киевский национальный университет
строительства и архитектуры